

1. Insbesondere bei den Induktionsvorgängen, Wechselstrom aber mehr noch bei den Schwingungen und Wellen spielen die Funktionen \sin , \cos , \tan und \cot eine wichtige Rolle. Es bedeutet daher, dass diese Funktionen auch sicher abgeleitet bzw. integriert werden müssen. Im Kopf haben sollte man die Ableitung und das Integral von \sin und \cos , die anderen Regeln haben für uns nur tabellarischen Charakter ...

Na ja, als Übung kann es auch für Mathe nicht schaden, für spätere Uni sowieso nicht ...

- (a) zur Wiederholung die Grundregeln des Differenzierens (Ableitens). In der Schreibweise hat der Operator $\frac{d}{dt}$ die gleiche Wirkung wie der Strich bei Ableitung nach x bzw. Punkt bei Ableitung nach Zeit (diese "operatoren" Schreibweise ist außerhalb der Schulmathematik deswegen gebräuchlich, da man erkennen kann, "wonach" man ableitet, außerdem verstehen die führenden Mathe-Softwares diese Schreibweise aus gleichen Gründen am sichersten ...

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \sin(at) &= a \cdot \cos at \\ \frac{d}{dt} \cos(at) &= -a \cdot \sin at \\ \frac{d}{dt} \tan(at) &= a \cdot (1 + \tan^2 at)\end{aligned}$$

- (b) ... und des Integrierens ...

$$\begin{aligned}\int \sin at \, dt &= -\frac{1}{a} \cos at \\ \int \cos at \, dt &= \frac{1}{a} \sin at \\ \int \tan at \, dt &= \frac{1}{2a} \ln(1 + \tan^2 at) \\ \int \sin^2 at \, dt &= \frac{1}{a} \left(-\frac{1}{2} \cos at \sin at + \frac{1}{2} at \right) \\ \int \cos^2 at \, dt &= \frac{1}{a} \left(\frac{1}{2} \cos at \sin at + \frac{1}{2} at \right) \\ \int \frac{1}{\sin at} \, dt &= \frac{1}{a} \ln(\csc at - \cot at)\end{aligned}$$

- (c) Zur Erinnerung oder zum Kennenlernen noch einige wichtige trigonometrische Beziehungen (vgl. auch Blatt Trigonometrische Formeln)

$$\begin{aligned}\sin^2 t + \cos^2 t &= 1 \\ \tan t &= \frac{\sin t}{\cos t} = \frac{1}{\cot t} \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad \text{usw., siehe auch zugelassene Tabellenwerke ...}\end{aligned}$$

2. Leite ab nach t ab ...

$$\sin 2\omega t \quad (1)$$

$$\cos 2\omega \left(t - \frac{T}{2} \right) \quad (2)$$

$$\cos 2\omega \left(t - \frac{T}{2} \right)^2 \quad (3)$$

$$-\sin(\omega t - c) \quad \text{welche Einheit hat c?} \quad (4)$$

$$\sin \left(\frac{2}{3}\omega t \right)^2 \quad (5)$$

$$\sin^2 t + 2 \cos^2(t) \quad (6)$$

$$2 \sin \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t \quad (7)$$

$$(2 \sin \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t)^2 \quad (8)$$

$$\sqrt[3]{\sin \left(\frac{2}{3}\omega t \right)^2} \quad (9)$$

$$\frac{U}{\sin 2\omega t} \quad (10)$$

$$\sin \frac{5}{t} \quad (11)$$

$$(\sin \cos \omega t)^2 \quad (12)$$

$$\tan 5t \quad (13)$$

$$e^{\sin^2 2\omega t} \quad (14)$$

3. Finde Stammfunktion bzw. berechne das Integral (kontrolliere bei dem bestimmten Integral qualitativ mit Hilfe von Skizzen über die zu berechnenden Flächen)

$$\int \sin 2\omega t dt \quad (15)$$

$$\int \sin 3(-2\omega t) dt \quad (16)$$

$$\int (\sin 2\omega t + \cos \omega t) dt \quad (17)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \frac{1}{2}\omega t dt \quad (18)$$

$$\int_0^T \sin 2\omega t dt \quad (19)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2\omega t dt \quad (20)$$

$$\int_0^{3T} |\sin \omega t| dt \quad (21)$$