In der Natur und Technik sind häufig mehrere Schwingungen an einem Vorgang beteiligt. Wir betrachten zuerst nur die eindimensionale Überlagerung harmonischer Schwingungen und untersuchen die Ergebnisse. Schon wieder arbeiten wir mit einem Modell; das System führt selbstverständlich nur eine Schwingung aus, wir machen uns diesen Vorgang verständlich indem wir ihn, ähnlich z.B. dem schiefen Wurf, in "elementare" Komponenten zerlegen.

Gegeben ist

$$f_1(t) = \sin\omega t, \quad f_2(t) = \cos\omega t, \quad f_3(t) = \cos(\omega t - \pi) \text{ und } f_4(t) = \cos(\omega t - \pi/4)$$

Bearbeite folgende Aufgaben mit Hilfe eines CAS. Erstelle Plots von $t = 0$ bis $t = 2T$ jeweils in einem Fenster so, dass sowohl die Komponenten der Addition (der Überlagerung) wie auch das Ergebnis der Überlagerung sichtbar sind.

Tipps:

- Definiere die Funktionen (Berechnungen / Definitionen), dann reicht es, nur z.B. "f_3" zum Plotten zu schicken, nicht den ganzen Term "$\cos(\omega t - \pi)$" ...
- Definiere $\omega = 1$, für solche "Lehrskizzen" ist es eine gute Methode, sie vereinfacht die Erstellung und erhöht die Übersicht ...
- Wenn du ein Grafikfenster richtig eingestellt hast (Achsen, Beschriftung etc.) kopiere (paste) es in die nächste Aufgabe und tausche nur die Diagramm-Items (Bestandteile) ..., noch besser, überschreibe nur z.B. $f_1(t)$ *zu* $f_2(t)$, dann bleiben auch die Zeichnungsattribute (Dicke, Art, Farbe etc.) erhalten ...
- Generell: **fertige jedes Übungsblatt in einem neuen Verzeichnis an**, so wirst du eher Herr der jeweils automatisch erzeugten wmf-Grafiken!!!

1. **Überlagere ...**
$$g_1(t) = f_1(t) + f_2(t)$$
Rechnerisch wäre schon dieser einfache Fall recht kompliziert ..., die schnelle graphische Addition durch CAS hilft also wichtige Erkenntnisse zu gewinnen, dazu noch auf anschauliche Art; man hätte doch nur entlang der t-Achse gehend "Punkt für Punkt" von Hand addieren können ...

2. **Überlagere ...**
$$g_1(t) = f_1(t) + 2 \cdot f_2(t)$$

3. **Überlagere** ...
$$g_2(t) = f_2(t) + f_3(t)$$

4. **Überlagere ...**
$$g_3(t) = f_2(t) - f_3(t) + f_4(t)$$

5. Nun liegen die Ergebnisse für vier beispielhafte Überlagerungen vor. Die $s(t)$-Funktion einer harmonische Schwingung hat bekanntlich die Form
$$s(t) = a \cdot \sin(bt + c).$$
Beachte, wie sich die Konstanten $a, \ b, \ c$ in den obigen Beispielen änderten und formuliere, was das Ergebnis derartiger Überlagerung anscheinend immer ist (prägnant verbal und ggf. "mathematisch abkürzend). Ziehe ggf. die zweite Übung zum Vergleich heran.