

**Verschiebearbeit im radialen Feld der Ladung  $Q$ :** - Die elektrische Arbeit ist zu berechnen, die erforderlich ist, um eine Ladung  $q$  im radialen Feld der Ladung  $Q$  vom Radius  $r_1$  auf den Radius  $r_2$  zu verschieben.

Das Coulombgesetz sowie die Definition der el. Feldstärke kennt man ...

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \quad (1)$$

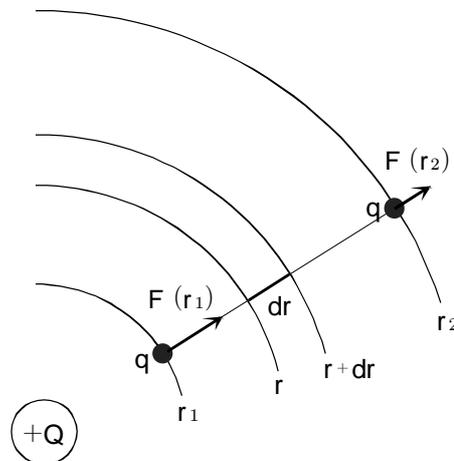
$$E(r) = \frac{F(r)}{q} \quad (2)$$

Desweiteren noch, daß die im Feld verrichtete Arbeit nur vom Startpunkt und Zielpunkt abhängt, vom Weg also unabhängig ist!

Aus (1) ist klar, daß die Kraft auf jedem Radius anders ist, eine Berechnung der Arbeit nach

$$W = F \cdot s \quad (3)$$

nicht funktioniert. Also schon wieder die Schnippselchen zusammensetzen. Die Skizze erläutert es:



Auf jedem der (unendlich) vielen kleinen  $dr$ -Stücke wird die Kraft  $F(r_i)$  **jeweils** als konstant angesehen. **Dann** kann auf **diesen infinitesimal kleinen** Stücken doch die alte Beziehung (3) benutzt werden

$$dW = F(r) \cdot dr. \quad (4)$$

Um die ganze Arbeit, bzw. die reingesteckte Energie zu erhalten, müssen selbstverständlich wieder alle diese kleinen Stücke addiert werden:

$$W_{12} = \int_1^2 F(r) dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} dr = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (5)$$

Dadurch wurde eine Ladungstrennung vorgenommen, es muss also elektrische Spannung zw. diesen beiden Punkten (bzw. Radien) herrschen, dabei steckt auch das richtige Vorzeichen drin, abhängig davon, ob zwischen 1 und 2 oder 2 und 1. **Spannung herrscht immer zwischen zwei Punkten:**

$$U_{12} = \frac{W_{12}}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (6)$$

**Übung:** Führe die Rechnung der Verschiebearbeit (Hubarbeit) an einer Masse  $m$  im Gravitationsfeld der Erde (Masse  $M$ ) durch. Die Gravitationskraft ist gegeben durch

$$F_g(r) = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}. \quad (7)$$

Berechne dann die Hubarbeit, die erforderlich ist, eine Masse  $m = 1 \text{ kg}$  vom Radius  $r = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$  (Erdradius) um  $1000 \text{ m}$  zu heben. Die erforderlichen Konstanten s. Buch ( $9,8226 \cdot 10^3 \text{ J}$ ).