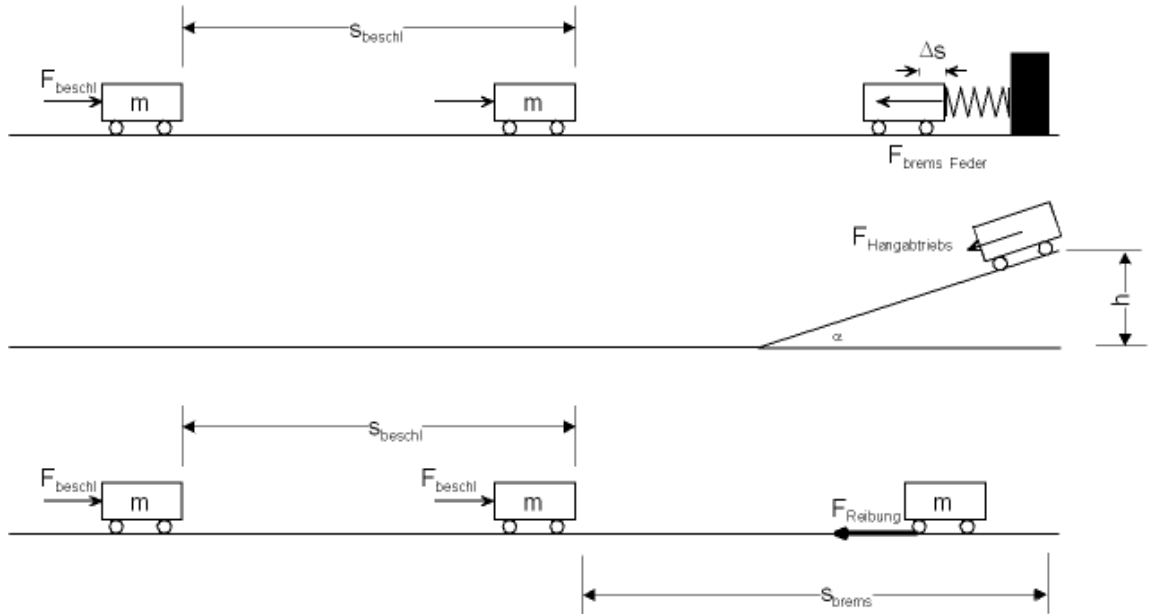


FRAGMENT ENERGIEUMWANDLUNGEN AN EINEM WAGEN LOESUNG

1. Der Wagen  $m = 2 \text{ kg}$  wird aus dem Ruhezustand heraus mit der konstanten Kraft  $F = 50 \text{ N}$  entlang einer Strecke  $s = 2 \text{ m}$  beschleunigt, fährt dann mit der erreichten Endgeschwindigkeit zeitlang gleichförmig, um schließlich bis zum Stillstand abgebremst zu werden. Der Vorgang läuft verlustfrei ab.

Alle Rechnungen erst allgemein führen, dann sauber einsetzen, an Einheiten denken. Begleite die Berechnungen verbal (Stichworte); beschreibe bes. genau die Energieumwandlungen!

- (a) Fertige eine Skizze an, in der Du alle erforderlichen Größen für die folgenden Unteraufgaben (d,e,f) bezeichnest.



- (b) Beschreibe genau die Energieumwandlungen in den Unteraufgaben d,e,f!

in d)  $W_{\text{beschl}} \rightarrow E_{\text{kin}} \rightarrow E_{\text{spann}} \rightarrow E_{\text{kin}} \rightarrow \dots$

in e)  $W_{\text{beschl}} \rightarrow E_{\text{kin}} \rightarrow E_{\text{pot}} \rightarrow E_{\text{kin}} \rightarrow \dots$

in f)  $W_{\text{beschl}} \rightarrow E_{\text{kin}} \rightarrow W_{\text{Reibung}} \dots$

- (c) Welche Endgeschwindigkeit erreicht der Wagen durch die beschleunigende Kraft?

Ansatz s.o.:

$$W_{\text{beschl}} \rightarrow E_{\text{kin}}$$

d.h.

$$F \cdot s = \frac{1}{2}mv^2 \iff v = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot s}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \text{ N} \cdot 2 \text{ m}}{2 \text{ kg}}} = 10,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- (d) Abbremsen durch eine Feder:

Wie groß ist die Federkonstante  $D$  der abbremsenden Feder, wenn die Feder bis zum Abbremsen des Wagens um  $3 \text{ cm}$  eingedrückt wurde?

Ansatz s.o.:

$$E_{\text{kin}} \rightarrow E_{\text{spann}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = F \cdot s = \frac{1}{2}D \cdot \Delta s^2 \iff \frac{2 \cdot F \cdot s}{\Delta s^2} = \frac{2 \cdot 50 \text{ N} \cdot 2 \text{ m}}{(0,03 \text{ m})^2} = 2,2222 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

- (e) Abbremsen durch Fahren gegen eine schiefe Ebene:

Nun soll der Wagen auf einer schiefen Ebene zum Stillstand kommen. Wie hoch und wie weit würde der Wagen auf dieser schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel  $\alpha = 30^\circ$  kommen?

Die Höhe nach obigem Ansatz:

$$W_{\text{beschl}} \rightarrow E_{\text{kin}} \rightarrow E_{\text{pot}}$$

$$F \cdot s = \frac{1}{2}mv^2 = mgh \iff h = \frac{F \cdot s}{mg} = \dots = 5,096 \text{ m}$$

Strecke  $l$  auf der schiefen Ebene (Skizze anfertigen):

$$\frac{h}{l} = \sin \alpha \iff l = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{F \cdot s}{m \cdot g \cdot \sin \alpha} = \dots = \frac{5,096 \text{ m}}{\sin 30^\circ} = 10,194 \text{ m}$$

(f) *Abbremsen durch Reibung:*

Wie weit vom Startpunkt würde der Wagen stehen bleiben, wenn man die Reibung ( $f = 0,1$ ) entlang der gesamten Strecke berücksichtigen würde?

Nach obigem Ansatz:

$$W_{\text{beschl}} \longrightarrow E_{\text{kin}} \longrightarrow W_{\text{Reibung}}$$

$$\begin{aligned} F \cdot s &= \frac{1}{2}mv^2 = F_R \cdot s_{\text{brems}} = f \cdot F_N \cdot s_{\text{brems}} = f \cdot m \cdot g \cdot s_{\text{brems}} \\ s_{\text{brems}} &= \frac{F \cdot s}{f \cdot m \cdot g} = 50,968 \text{ m} \end{aligned}$$

(g) *Welche Leistung hatte der Antrieb?*

Erst muss die Zeit berechnet werden aus der Bedingung der beschleunigten Bewegung:

$$s = \frac{1}{2}a\Delta t^2 = \frac{1}{2}\frac{F}{m}\Delta t^2 \iff \Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot s \cdot m}{F}} = \dots = 0,4 \text{ s}.$$

Nach Definition ist:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \cdot s}{0,4 \text{ s}} = \dots = 250,0 \text{ W}.$$

2a *Vertiefung I:*

(a) *Der gleiche Wagen hat nun am Startpunkt bereits die Geschwindigkeit  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  und wird ab dem Startpunkt entlang einer Strecke  $s = 2 \text{ m}$  mit der obigen Kraft  $F = 50 \text{ N}$  beschleunigt. Der Vorgang läuft verlustfrei ab.*

i. *Welche Energie und welche Geschwindigkeit hat der Wagen am Ende der Beschleunigungsphase (Berechnung)?*

Vorher hatte er bereits kinetische Energie, die durch Beschleunigung gewonnene muss hinzuaddiert werden:

$$E_{\text{kin ges}} = E_{\text{kin gehabt}} + W_{\text{beschl}} = \frac{1}{2}m \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + F \cdot s = \dots = 125,0 \text{ J}.$$

Nun die Geschwindigkeit, wie oben bereits gerechnet:

$$E_{\text{kin ges}} = \frac{1}{2}mv^2 \iff v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin ges}}}{m}} = 11,18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ii. *Stelle die während der Beschleunigungsphase gewonnene Energie in einem  $F$ - $s$ -Diagramm dar!*  
Siehe Unterricht!

2b *Vertiefung II:*

(a) *Der gleiche Wagen ab dem Startpunkt (Wagen in Ruhe) in einer Zeit  $t = 5 \text{ s}$  mit der obigen Kraft  $F = 50 \text{ N}$  beschleunigt. Der Vorgang läuft verlustfrei ab.*

i. *Welche Energie hat der Wagen am Ende der Beschleunigungsphase (Berechnung)?*

Zuerst ist nach der Grundgleichung der Mechanik die erreichte Beschleunigung zu ermitteln:

$$F = m \cdot a \iff a = \frac{F}{m},$$

nun lässt sich nach den Gesetzen der beschleunigten Bewegung die in der vorgegebenen Zeit zurückgelegte Strecke bestimmen und dann nach der Definition die die investierte Arbeit, d.h. die Energie des Wagens.

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2 \\ W &= E_{\text{kin}} = F \cdot s = \frac{1}{2}\frac{F^2}{m}t^2 = 15625 \cdot \frac{\text{N}^2}{\text{kg}} \text{ s}^2 = 15,6 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

ii. *Beim Abbremsen an einer Feder findet wieder eine Energieumwandlung statt. Die Feder hat eine Federkonstante von  $D = 60 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Mit welcher Kraft und mit welcher Beschleunigung wird die Kugel zurückgeworfen werden?*

Hier wird zuerst die „Quetschung“ der Feder über die, von ihr aufgenommene und jetzt bekannte, Energie berechnet. Dann kann nach dem Hookeschen Gesetz die maximale Kraft berechnet werden. Die Beschleunigung dann wieder nach der Grundgleichung:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}Ds^2 \iff s = \sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{D}}$$

$$F = D \cdot s = D \cdot \sqrt{\frac{2E_{kin}}{D}} = \sqrt{2 \cdot D \cdot E_{kin}} = \sqrt{2 \cdot 60 \cdot 15625} = 1369,3 \text{ N}$$

$$F = m \cdot a \iff a = \frac{F}{m} = 684,65 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2c Vertiefung III:

(a) Der gleiche Wagen ab dem Startpunkt (Wagen in Ruhe) entlang einer Strecke  $s = 2 \text{ m}$  mit einer Kraft, die während des Beschleunigungsvorganges von 0 auf 80 N linear wächst, beschleunigt. Der Vorgang läuft verlustfrei ab.

i. Welche Energie hat der Wagen am Ende der Beschleunigungsphase?

Wie im Unterricht gezeigt, ist die gewonnene Energie die Fläche unter dem  $F - s$ -Diagramm; rechnerisch danach (Dreieck)

$$E_{kin} = \frac{1}{2} F s = 80 \text{ J}$$

ii. Stelle die während der Beschleunigungsphase gewonnene Energie in einem  $F - s$ -Diagramm dar! Siehe Unterricht!

iii. Beim Abbremsen an einer schiefen Ebene mit dem Winkel  $\alpha = 30^\circ$  findet wieder eine Energieumwandlung statt. Stelle die vorkommenden Energien in einem  $E-h$ -Diagramm dar. Um hier nicht am Punkt  $a$  zu scheitern, kannst Du, falls Du kein Ergebnis von  $i$  hast, mit einer gewonnenen Energie von  $E = 1 \text{ kJ}$  arbeiten.

Zum Teil nur zum Nachdenken, der Winkel spielt keine Rolle, da nach der Abhängigkeit von der Höhe und nicht von der zurückgelegten Strecke gefragt wird. Die maximale Höhe lässt sich über die Lageenergie berechnen, dann das Diagramm zeichnen:

$$E_{kin} \stackrel{!}{=} E_{pot} = mgh \iff h = \frac{E_{kin}}{mg} = \frac{80 \text{ J}}{2 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4,0775 \text{ m}$$