1. **Zyklotron**
   Bild zeigt das Prinzip eines Zyklotrons ...

   (a) Erkläre die Arbeitsweise des Zyklotrons, insb. die Funktion des elektrischen und des magnetischen Feldes, sowie die genaue Form der Bahn (Skizze).

   Skizze, Bahn im Duanten (halb)kreisförmig unter dem Einfluß der Lorenzkraft, keine Energie aus dem B-Feld, sondern nur aus dem E-Feld im Spalt, Duanten E-Feld frei (Faradayscher Käfig), Bahn keine echte Spirale, sondern immer größer werdende, verbundene Kreisbögen.

   (b) Es sei $B = 1,5$ T und der Spitzenwert der "Spalt-/Beschleunigungsspannung" $\widehat{U} = 80$ kV. Zeige, dass für den ersten Radius gilt:
   Nach dem i-ten Durchlauf $\left(\text{Einschußenergie } \frac{1}{2}m_D v_L^2\right)$ gilt

$$i \cdot q \cdot U + \frac{1}{2}m_{\mathrm{D}}v_L^2 = \frac{1}{2}m_{\mathrm{D}}v_i^2.$$

   Mit dem bekannten Ansatz $F_Z = F_L$ also $m_{\mathrm{D}}v_n^2 = B \cdot v_n \cdot q$ folgt die gesuchte Formel für r_i über die Umformung $r_i = \frac{m_{\mathrm{D}}v}{Bq}$ und $v_i = \sqrt{\frac{2iqU + m_{\mathrm{D}}v_L^2}{m_{\mathrm{D}}}}$ die gesuchte Formel

$$r_i = \sqrt{\frac{m_{\mathrm{D}}\left(2iqU + m_D v_L^2\right)}{B^2q^2}}.$$

   Für den Teilcheneintritt mit $v_L \approx 0$ ergibt sich dann sofort

$$r_i = \sqrt{i}\sqrt{\frac{2Um_D}{B^2q}}.$$

   (c) Erkläre anhand eines Terms für die Umlaufzeit der Teilchen T, ..., berechne diese für Deuteronen.
   Durch Umformen des Ansatzes

$$m_{\mathrm{D}}r\omega^2 = B \cdot v_n \cdot q$$

   folgt die Umlaufzeit

$$T = \frac{2\pi m_{\mathrm{D}}}{B \cdot q}.$$

   Diese ist unabhängig vom Radius und daher konstant. Mit den vorgegebenen Werten ergibt sich mit $f = \frac{1}{T}$

$$\begin{aligned} f &= \frac{B \cdot q}{2\pi m_{\mathrm{D}}} \ldots = 11,43\,\mathrm{MHz}. \\ T &= \frac{1}{f} = \cdots = \frac{1}{11.43\,\mathrm{MHz}} = 8.748\,9 \times 10^{-8}\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

   (d) Berechne den Energiezugewinn nach einem Durchlauf des Spalts in Joule und in Elektronenvolt.

$$\begin{aligned} \Delta E &= i \cdot U \cdot q = 1 \cdot 80\,\mathrm{kV} \cdot e = 1 \cdot 80\,\mathrm{kV} \cdot q = 1.281\,6 \times 10^{-14}\,(\mathrm{kg})\,\frac{\mathrm{m}^2}{(\mathrm{A})\,\mathrm{s}^3}\,\mathrm{C} = 1.281\,6 \times 10^{-14}\,\mathrm{J} \\ \Delta E &= i \cdot U \cdot q = 1 \cdot 80\,\mathrm{kV} \cdot e = 80 \cdot 10^3\,\mathrm{eV} \end{aligned}$$

   Wieviele Durchläufe wären nötig, um den Deuteronen eine Austrittsenergie von $3,5 \cdot 10^{-11}$ J zu verleihen, und wie groß müßten dazu die Duanten sein?
   Anzahl der Durchläufe berechnet sich aus dem geforderten Energiezuwachs nach

$$\Delta E = i \cdot U \cdot q$$

   zu

$$i = \frac{\Delta E}{U \cdot q}.$$

   Anzahl der Umläufe also

$$\frac{i}{2} = n = \frac{\Delta E}{2 \cdot U \cdot q}.$$

   Für die vorgegebene Spannung und geforderte Energie wären also

$$
\begin{aligned}
i_{\text{"durchläufe"}} &= \frac{3.5 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{J}}{80 \cdot 10^{3}\,\mathrm{V} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = 2731 \\
n_{\text{"umläufe"}} &= \frac{2731}{2} = 1365.5
\end{aligned}
$$

Umläufe nötig. Für den maximalen Radius ergibt sich dann

$$r_{i\,\mathrm{max}} = \ldots = 2,02\,\mathrm{m}$$

(e) Mit welcher Geschwindigkeit treten die Deuteronen aus dem Zyklotron heraus?
Die Energie wird nur während der Spaltdurchläufe erhöht, daher kann die bereits hergeleitete Formel umgeformt werden

$$E_{kin} = 220\,\mathrm{MeV} = n \cdot q \cdot \hat{U} = \frac{1}{2} m_D v_{2750}^2;$$

dann treten die Deuteronen (da 2750 mal beschleunigt!) mit

$$v_{2750} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m_D}} = \ldots = 145,11 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

aus.